

1. (1/2) Hány 4 csomópontból álló, különböző irányítatlan gráf létezik? Két gráfot különbözőnek tekintünk, ha a szomszédsági mátrixuk különböző.
a. 24 b. 4 c. 4^6 d. 2^6
2. (2/1) Hány darab 8 csúcsból álló különböző nem irányított gráf létezik? Két gráf különböző, ha a csúcsmátrixok különbözőek.
a. 4^{14} b. 2^{14} c. 4^{28} d. 64
3. (20/1) Egy G irányítatlan gráf szomszédsági mátrixában fele annyi 1-es van, mint 0-ás. Az alábbi értékek közül, melyik lehet a gráf csomópontjainak száma?
a. 12 b. 14 c. 11 d. 13
4. Egy irányítatlan gráfnak 5 csomópontja és 9 éle van. A következő számsorozatok közül
5. melyik lehet a gráf csomópontjainak fokszáma?
a. 4, 2, 6, 4, 2 b. 2, 2, 1, 2, 2
c. 1, 1, 1, 1, 1 d. 4, 3, 3, 4, 4
6. (55/2) Az n változó egy zérótól különböző természetes számot tartalmaz. Hány különböző n csúcsot tartalmazó irányított gráf létezik? Két irányított gráf különböző, ha a szomszédsági mátrixaik (csúcsmátrixaik) különbözőek.
a. $4^{n*(n-1)/2}$ b. $3^{n*(n-1)/2}$ c. $4^{n*(n-1)}$ d. $2^{n*(n-1)/2}$
7. (5/2) Egy 20 élből álló irányítatlan gráfban minden csomópont fokszáma nullától különböző szám. A csomópontok közül négynek páros a fokszáma, a többinek pedig páratlan. Legtöbb hány csomópontja lehet a gráfnak?
a. 32 b. 36 c. 10 d. 16
8. (8/2) Adott egy 50 csomópontból és 32 élből álló irányítatlan gráf. Legtöbb hány olyan csomópontja lehet a gráfnak, amelynek fokszáma 0?
a. 45 b. 40 c. 41 d. 50
9. (8/1) Adott a mellékelt, szomszédsági listájával megadott, irányított gráf. Hány olyan csomópontja van a gráfnak, amelynek a ki-fokszáma nagyobb, mint a be-fokszáma?
csomópont lista
1: 2, 6, 5
2: 3
3: 1
4: 6
5: 6
6: 2
a. 3 b. 2 c. 1 d. 4
10. (9/3) Adott egy 6 csomópontból álló irányított gráf a következő tulajdonságokkal:
- a csomópontok ki-fokszámainak összege 6
- a gráfnak 3 olyan csomópontja van, amelynek a be-fokszáma 1
Mennyi lehet a maximális ki-fokszáma a gráf valamely csomópontjának?
11. (7/4) Adott egy 6 csomópontból álló irányított gráf, és annak szomszédsági mátrixa. Hány különböző részgráfja van a gráfnak? Két részgráfot különbözőnek tekintünk, ha szomszédsági mátrixuk is különböző.
0 1 0 1 0 1
0 0 0 0 1 0
0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 1 0
0 0 0 0 0 1
0 0 1 0 0 0

12. (6/4) Adott egy 12 csomópontból és 7 élből álló, irányítatlan G gráf. Legtöbb hány összefüggő komponensből épülhet fel a G gráf?

13. (56/2) Legfennebb hány éle lehet egy 6 csomópontot tartalmazó irányítatlan gráfnak, ha nem összefüggő?

a. 4 b. 15 c. 12 d. 10

14. (34/1) Tekintsünk egy 60 csomópontból álló irányítatlan gráfot (csomópontjai 1-től 60-ig vannak számozva) melynek élei: [1,60], [60,20], [2,30] és [4,30]. Határozd meg hány összefüggő komponense van a gráfnak.

a. 3 b. 56 c. 54 d. 0

15. Legyen egy 10 csomópontból álló nem irányított gráf (csomópontjai 1-től 10-ig vannak számozva) melyet a mellékelt szomszédsági listával ábrázolunk. Hány összefüggő komponense van a gráfnak és legkevesebb hány élet kell hozzáadni a gráfhoz, hogy összefüggő legyen?

1:3,5 2:4 3:1,5 4:2,8 5:1,3 6:- 7:10 8:4 9:- 10:7

16. (7/3) Egy irányítatlan gráf csomópontjainak halmaza: {1,2,3,4,5,6} és az élek halmaza: {[1,2],[2,3],[3,4],[3,5],[4,5],[1,3],[2,6],[2,4],[4,6]}. Legkevesebb hány élet törölhetjük a gráfnak, és melyek ezek az élek úgy, hogy a kapott részgráf (parcialis graf) ne legyen összefüggő?

17. (23/2) A következő élek közül melyiket kell hozzáadni a mellékelt csúcsmátrixal rendelkező, 5 csomópontból álló irányított gráfhoz ahhoz, hogy a gráfban tetszőleges két csomópont között legyen út?

0 1 0 1 0
0 0 1 0 0
0 0 0 0 0
0 0 0 0 1
1 0 0 0 0

a. (3 , 5) b. (4 , 1) c. (5 , 3) d. (3 , 2)

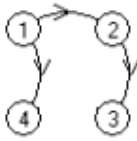
18. (11/1) Adott egy irányított gráf és a szomszédsági mátrixa. Mennyi lehet a maximális hossza a 4-es csomópontból kiinduló és a 6-os csomópontba beérkező, különböző csomópontokat tartalmazó irányított sétának (az irányított séta hosszán az őt alkotó irányított élek számát értjük)?

0 1 1 0 0 0
0 0 0 0 1 1
0 0 0 0 0 0
0 0 1 0 1 0
1 1 0 0 0 1
1 0 1 0 0 0

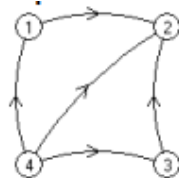
a. 4 b. 3 c. 1 d. 5

19. (25/3) Adott a mellékelt irányított gráf. Mennyi azon élek minimális száma, és melyek ezek az élek, amelyeket hozzá kell adni a gráfhoz ahhoz, hogy a gráf tetszőleges két csúcsát

elemi út kösse össze?



20. (27/1) Legkevesebb hány irányított élet kell hozzáadni a mellékelt irányított gráfhoz, hogy a gráf minden csomópontja egy irányított zárt sétához tartozzon?



a. 1 b. 2 c. 3 d. 4

21. (48/3) Melyik élek alkotják az 1-es és 5-ös csomópontok közti maximális elemi utat a mellékelt csúcsmátrixszal ábrázolt hat csomópontból álló irányított gráfban, amelynek csomópontjait 1-től 6-ig számozzuk?

```

0 1 1 1 0 0
0 0 0 0 1
0 1 0 1 0 0
0 0 1 0 0 1
0 1 0 0 0 0
0 0 0 0 1 0

```

22. (38/3) Tekintsünk egy 7 csomópontból álló irányítatlan gráfot (csomópontjai 1-től 7-ig vannak számozva), melynek élei: [1,5], [2,3], [2,4], [2,5], [3,4], [4,5], [4,7],[5,6], [5,7].

a) Hány különböző elemi kör létezik a gráfban? Két elemi kör különbözik, ha legalább egy élben különböznek.

b) Mekkora egy elemi kör maximális hossza a gráfban?

c) Legkevesebb hány élet kell törölnünk a gráfból ahhoz, hogy egy olyan részgráfot kapjunk, melynek 3 összefüggő komponense van?

23. (13/3) Írjátok fel, egy 6 csomópontból álló, irányítatlan, összefüggő gráf szomszédsági listáját, ha tudjuk, hogy a gráf Euler-féle gráf, de NEM Hamilton-féle gráf, és a gráf csomópontjait 1-től 6-ig számozzuk.

24. (16/1) Ha n egy 2-nél nagyobb páratlan szám, akkor egy n csomópontból álló irányítatlan gráf, amelyben minden csomópontnak pontosan $n-1$ szomszédja van:

a. fa b. Euler-féle gráf c. nem összefüggő gráf d. körmentes gráf (nem tartalmaz egyetlen zárt sétát sem)

25. (36/3) Tekintsünk egy 7 csomópontból álló irányítatlan gráfot (csomópontjai 1-től 7-ig vannak

26. számozva) melynek élei: [1,2],[1,3],[2,3],[2,4],[2,5],[2,6],[4,6],[5,7],[6,7]. Legkevesebb hány élet kell hozzáadni a gráfhoz, ahhoz hogy a gráf Euler-féle gráf legyen, és melyek ezek az élek?

27. (6/3) Adott egy 11 élből álló fa. Hány csomópontja van a fának?

28. (3/2) Hány levele van annak a gyökeres fának, amely esetén az "apák" tömbje: (6,5,5,2,0,3,3,3,8,7,7)?
a. 1 b. 2 c. 5 d. 4
29. (42/3) Adott egy 9 pontos fa, melynek csomópontjai 1-től 9-ig vannak számozva, és amelynek az "apák" tömbje: $T=(5,0,2,7,3,3,2,4,7)$. Hány élből áll az a leghosszabb lánc a fában?
30. (36/4) Egy 20 csomópontot tartalmazó teljes irányítatlan gráfból hány élet kell törölni, hogy az így kapott parciális gráf fa legyen?
31. (5/3) Adott egy gyökeres fa, amelyben csak 13 csomópontnak van pontosan 2 közvetlen leszármazottja (fia), a többi csomópontnak legtöbb egy közvetlen leszármazottja (fia) van. Hány levele van a fának?
32. (10/3) Adott egy 80 csomópontból és 3160 élből álló irányítatlan gráf. Hány élet törölhetjük a gráfnak ahhoz, hogy az így kapott részgráf fa legyen?
33. (17/3) Mennyi lehet egy n ($n > 1$) csomópontból álló fában egy csomópont fokszámának legnagyobb és legkisebb értéke?
34. (18/3) Egy bináris fa, egy olyan gyökeres fa, amelyben minden csomópontnak legtöbb 2 közvetlen leszármazottja (fia) van. A fa magassága egyenlő a legtöbb élből álló, a gyökeret valamely végponttal (levéllel) összekötő út éleinek számával. Egy pontosan 8 csomópontból álló bináris fa esetén, mennyi a fa minimális magassága, és maximum hány végpontja (levele) lehet ebben az esetben a fának?
35. (25/2) Egy 8 csomópontú irányítatlan gráf csomópontjainak fokszáma rendre 1,2,4,2,3,2,1,x. Az x milyen értékére lesz a gráf fa?
a. $X=1$ b. $X < 3$ c. $x > 3$ d. egy értékre sem